

Matematika B.Sc. – Szakdolgozat témák 2024

Debreceni Egyetem TTK, Matematikai Intézet

ALGEBRA ÉS SZÁMELMÉLETI TANSZÉK

Algebrai számtestek hatvány egész bázisai

- **Oktató neve:** Dr. Gaál István
- **Nyelvismeret:** angol
- **Megjegyzés:** Algebrai és számelméleti ismeretek, Maple programcsomag ismerete és használata szükséges
- **Absztrakt:** Speciális kis fokú algebrai számtestek esetén keressük azon algebrai egészeket, melyek hatványai egész bázist alkotnak.

Figurális számokat tartalmazó számelméleti problémák

- **Oktató neve:** Dr. Györkös-Varga Nóra
- **Nyelvismeret:** angol
- **Megjegyzés:** LaTeX használata kötelező. **A téma foglalt.**
- **Absztrakt:** -

Leszámláló kombinatorikai számok

- **Oktató neve:** Dr. Nyul Gábor
- **Nyelvismeret:** -
- **Megjegyzés:** **A téma foglalt.**
- **Absztrakt:** -

Számtani sorozat gráfok

- **Oktató neve:** Dr. Tengely Szabolcs
- **Nyelvismeret:** angol
- **Megjegyzés:** SageMath, LaTeX
- **Absztrakt:** Adott gráfok esetén olyan címkézést keresünk a gráf éleire vonatkozóan, ami indukál a csúcsokon egy számtani sorozatot. Egy csúcs címkéje a csúcsba befutó élek címkéinek az összege. Bizonyos típusú gráfok esetében a kérdés tisztázott, ilyenek például az út gráfok, a kör gráfok és a páros gráfok. Továbbá a legfeljebb 8 csúcsú gráfokig bezárólag meg tudták határozni az ilyen címkézéssel rendelkező gráfokat. A cél néhány ismert család vizsgálata, illetve alternatív módszer keresése számtani sorozat címkézések meghatározására.

Versenyfeladatok megoldása programcsomagokkal

- **Oktató neve:** Dr. Pintér Ákos
- **Nyelvismeret:** -
- **Megjegyzés:** A Maple ismerete előny, de nem feltétel.
- **Absztrakt:** A projekt célja, hogy a számítógépes háttér olyan elméleti módszerek kidolgozására sarkallja a hallgatót, amiket felhasználhat a versenyfeladatok megoldására és tanítására.

ANALÍZIS TANSZÉK

A pénz időértékének matematikája

- **Oktató neve:** Dr. Mészáros Fruzsina
- **Nyelvismeret:** magyar, angol
- **Megjegyzés:** -

- **Absztrakt:** A dolgozatban megvizsgáljuk a kamat és jelenértékszámítás típusait, a több kifizetésből álló pénzáramokat, példákat hozunk.

Az egész számok Fürstenberg-féle topológiája

- **Oktató neve:** Dr. Lovas Rezső
- **Nyelvismeret:** angol
- **Megjegyzés:** -
- **Absztrakt:** Ebben a topológiában az egész számok egy részhalmaza pontosan akkor nyílt, ha minden pontjával együtt tartalmaz egy mindkét irányban végtelen számtani sorozatot. H. Fürstenberg 1955-ben ennek a segítségével szép és meglepő topológiai bizonyítást adott arra, hogy végtelen sok prímszám van. Azóta ez a topológia érdekes és nemtriviális példákat és ellenpéldákat szolgáltatott fontos topológiai fogalmakra. A szakdolgozat keretében áttekintjük több érdekes tulajdonságát, és részletesen foglalkozunk a metrizálhatóság kérdésével.

A Takagi függvény tulajdonságai

- **Oktató neve:** Dr. Boros Zoltán
- **Nyelvismeret:** angol (ajánlott)
- **Megjegyzés:** -
- **Absztrakt:** A Takagi függvény egy nevezetes példa folytonos, sehol sem differenciálható függvényre. Megvizsgáljuk ennek a jellemzését speciális operátorok fixpontjaként illetve függvényegyenletek megoldásaként. Ezen eszközök segítségével további tulajdonságokat is levezetünk.

Folytonos és sűrű halmazon folytonos függvények differenciátulajdonsága

- **Oktató neve:** Dr. Kiss Tibor
- **Nyelvismeret:** angol
- **Megjegyzés:** -
- **Absztrakt:** Azt mondjuk, hogy egy \mathcal{F} függvényosztály rendelkezik a differenciátulajdonsággal, ha abból, hogy \mathcal{F} egy f függvény összes differenciáját tartalmazza, következik, hogy f csupán egy additív függvényben tér el \mathcal{F} valamely elemétől. Erdős Pál sejtette meg, hogy a folytonos függvények osztálya ilyen. Az állítást de Bruijn bizonyította 1951-ben, majd Laczkovich terjesztette ki 1984-ben sűrű halmazon folytonos függvényekre. A dolgozat célja az említett eredmények feldolgozása.

Mátrixfüggvények

- **Oktató neve:** Dr. Nagy Gergő
- **Nyelvismeret:** angol
- **Megjegyzés:** -
- **Absztrakt:** Bizonyos skalárfüggvény-osztályok elemei speciális típusú mátrixok halmazain is értelmezhetők, ami formálisan a mátrixok függvényekbe való behelyettesítésével történik. Ennek a leképezések típusa szerint többféle definíciója létezik, így adódnak a különféle függvénykalkulusok, például a holomorf, a folytonos és a Borel. A dolgozatban a másodikkal és az első speciális esetével, jelesül mátrixok hatványsoraival foglalkozunk. Áttekintjük a kapcsolódó mátrixfüggvények különböző reprezentációit, és tanulmányozzuk az utóbbi kalkulusok alaptulajdonságait. Megismerkedünk alkalmazási lehetőségeikkel olyan témakörökben, mint a mátrixok hatványozása, felbontásai és közepei, továbbá differenciálegyenlet-rendszerek.

Monopóliumok és oligopóliumok elemzése

- **Oktató neve:** Dr. Boros Zoltán
- **Nyelvismeret:** angol (ajánlott)
- **Megjegyzés:** -
- **Absztrakt:** Lineáris és bizonyos nemlineáris keresleti függvényekkel jellemezhető piacon vizsgáljuk a monopólium termelési vagy árképzési stratégiáját illetve a duopólium vagy oligopólium egyensúlyi stratégiáit.

Nemlineáris egyenletek numerikus módszerei

- **Oktató neve:** Dr. Fazekas Borbála
- **Nyelvismeret:** angol (előny, de nem feltétel)
- **Megjegyzés:** -
- **Absztrakt:** A dolgozat célja a nemlineáris egyenletek megoldásának olyan numerikus módszereinek a bemutatása, melyek túlmutatnak a bevezető numerikus analízis előadás keretein.

Patologikus függvények a valós analízisben

- **Oktató neve:** Dr. Novák-Gselmann Eszter
- **Nyelvismeret:** angol
- **Megjegyzés:** -
- **Absztrakt:** A bevezető analízis kurzusok során a hallgatók több, az analízis szempontjából kiemelkedő fontosságú fogalommal ismerkednek meg, mint például a valós függvények pontbeli folytonossága, illetve differenciálhatósága. Azt viszonylag könnyű megmutatni, hogy a pontbeli differenciálhatóságból következik a pontbeli folytonosság, megfordítva azonban nem. Minden pontban folytonos, de egyetlen pontban sem differenciálható függvényre az első példát (az első ún. patologikus függvény) Weierstrass adta. Ennek a munkának a fő célkitűzése az lenne, hogy a legfontosabb analitikus fogalmak, azok kapcsolatainak tisztázása után, a fentiekhez hasonló, patologikus függvényeket kellene tematikusan összeszedni és a segítségükkel ellenpéldát konstruálni.

Sajátértékproblémák numerikus módszerei

- **Oktató neve:** Dr. Fazekas Borbála
- **Nyelvismeret:** angol (előny, de nem feltétel)
- **Megjegyzés:** -
- **Absztrakt:** A dolgozat célja a mátrixokra vonatkozó sajátértékproblémák olyan numerikus módszereinek a bemutatása, melyek túlmutatnak a bevezető numerikus analízis előadás keretein.

GEOMETRIA TANSZÉK

A Minkowski-geometria alapjai

- **Oktató neve:** Dr. Oláh Márk
- **Nyelvismeret:** angol
- **Megjegyzés:** LaTeX alapszintű ismerete elvárt.
- **Absztrakt:** A Minkowski-geometria a véges dimenziós, normált terek geometriája, amelyek sok szempontból hasonlítanak ugyan a jól ismert euklideszi terekre, de azoknál jóval általánosabbak. Hogy csak egy alapvető különbséget említsünk, Minkowski-térben egy vektort elforgatva annak normája általában megváltozik. Mégis, az euklideszi geometria sok fogalma "átvihető" Minkowski-terekre, és igen gazdag elméletet sikerült kiépíteni ebben az általános esetben is. A dolgozat célja az elmélet alapjainak részletes és szemléletes bemutatása, illetve ún. Radon-síkok egy viszonylag új konstrukciójának tárgyalása.

Általánosított bifokális görbék a síkon

- **Oktató neve:** Dr. Vincze Csaba
- **Nyelvismeret:** angol
- **Megjegyzés:** -
- **Absztrakt:** Klasszikus alakzatok (kúpszeletek, Cassini-féle görbe, Apollóniusz-féle körök) általánosításainak geometriai tulajdonságait vizsgáljuk abban az értelemben, hogy a távolságfüggvényt egy folytonos Minkowski-funkcionál származtatja, azaz az egységkör az origót a belsejében tartalmazó, nem feltétlenül centrálszimmetrikus konvex lemez.

Irodalom:

- (1) Thomas Jahn, Horst Martini, Christian Richter, *Bi- and multifocal curves and surfaces for gauges*, Journal of Convex Analysis 23 (3) (2016), pp. 733-744.

Felületek geometriája

- **Oktató neve:** Dr. Muzsnay Zoltán
- **Nyelvismeret:** angol (előny, de nem feltétel)
- **Megjegyzés:** -
- **Absztrakt:** -

Hatszögletű inspiráció

- **Oktató neve:** Dr. Figula Ágota
- **Nyelvismeret:** -
- **Megjegyzés:** -
- **Absztrakt:** A geometriai transzformációk és szimmetriák fontos szerepet játszanak a művészetekben, csempézésekben, kirakós játékokban. A téma célja bemutatni ezeket az alkalmazásokat, felhasználhatóságukat, hasznosságukat. A téma feldolgozása támaszkodhat *Lundy, Miranda, Sacred Geometry, Wooden Books Ltd. Shanghai, 2012* könyvére.

Latin squares

- **Oktató neve:** Dr. Figula Ágota
- **Nyelvismeret:** -
- **Megjegyzés:** -
- **Absztrakt:** A Latin square of order n is an $n \times n$ matrix with entries from the set $\{1, 2, \dots, n\}$ with the property that every element of $\{1, 2, \dots, n\}$ appears exactly once in each row and column. The purpose of this theme is to discuss the occurrence and the role of Latin squares in different areas.

Tomográfia egyszerűen

- **Oktató neve:** Dr. Nagy Ábris
- **Nyelvismeret:** -
- **Megjegyzés:** -
- **Absztrakt:** A tomográfia célja, hogy képet alkossunk egy tárgy keresztmetszetéről anélkül, hogy ténylegesen feldarabolnánk azt. Egy CT-vizsgálat során ehhez röntgensugarakat irányítanak az emberi testre és mérik ezen sugarak intenzitáscsökkenését, ami alapján matematikai számítások segítségével feltérképezhető a belső összetétel. Tomográfiai vizsgálatot azonban nem csak az emberi testen, hanem fémből készült tárgyakon, kőzeteken, de akár a Föld atmoszféráján is végezhetünk. Az ezek mögött álló matematikai módszerek azonban mind megegyeznek abban, hogy egy fizikai mennyiség ismeretlen eloszlásfüggvényét kell meghatározniuk egyenesek mentén vett integráljainak ismeretében. A probléma diszkrét változata során egy síkbeli véges ponthalmazt kell megtalálnunk úgy, hogy csupán bizonyos egyenesek mentén az egyenesre illeszkedő pontok számát ismerjük. Ezzel a témakörrel foglalkozik a diszkrét tomográfia, ahol nem meglepő módon fontos szerepet játszanak a kombinatorikai és gráf elméleti módszerek. A probléma egy további igen speciális változata, amikor egy 0-1 elemű mátrixot szeretnénk megtalálni a sor és oszlop összegei alapján. Ennek megoldásra több különböző egyszerű megoldási módszer is született már, amelyek megértéséhez elegendőek a középiskolai matematikai ismeretek és némi egyszerű logika.

Voronoj-cellák és ekvidisztáns halmazok

- **Oktató neve:** Dr. Oláh Márk
- **Nyelvismeret:** angol
- **Megjegyzés:** LaTeX alapszintű ismerete elvárt.
- **Absztrakt:** Egy ponthalmaz egy elemének Voronoj-cellája a tér azon pontjait tartalmazza, amelyekhez a ponthalmazból az adott elem van a legközelebb. Egy rokon koncepció az ún. ekvidisztáns halmazok fogalma, amelyek két adott halmaztól egyenlő távolságra lévő pontokból állnak. A dolgozatban ezek alapvető tulajdonságait vizsgáljuk.